

I/51—22

Roll No.

Annual Examination, 2022

B.Sc. Part II

MATHEMATICS

Paper III

(Mechanics)

Time : 3 Hours]

[MAXIMUM MARKS : 50

नोट : खण्ड 'अ' वस्तुनिष्ठ प्रकार का तथा अनिवार्य है। उसे उत्तर-पुस्तिका के प्रथम पृष्ठ पर लिखा जाये। खण्ड 'ब' लघु उत्तरीय प्रकार का और खण्ड 'स' दीर्घ उत्तरीय प्रकार का है।

Note : Section 'A' is Objective type and is compulsory. It should be written on the **first page** of Answer-book. Section 'B' is Short answer type and Section 'C' is Long answer type.

खण्ड 'अ' (Section 'A')

बहुविकल्पीय प्रश्न

(Multiple Choice Questions)

सही उत्तर चुनिए—

1×10=10

Choose the correct answer :

1. बलों की संप्रेषणीयता के सिद्धान्त को परिभाषित कीजिए।

Define principle of Transmissibility of Forces.

P.T.O.

[2]

2. आभासी कार्य से आप क्या समझते हैं ?

What do you understand by Virtual Work ?

3. पॉइन्सोट के केन्द्रीय अक्ष को परिभाषित कीजिए।

Define Poinso's central axis.

4. संयुग्मी रेखा को ज्ञात करने की विधि लिखिए।

Write down the method to find conjugate line.

5. त्रिज्यीय और अनुप्रस्थ दिशा को समझाइए।

Explain radial and transverse directions.

6. अनंत से गति को परिभाषित कीजिए।

Define the term 'velocity from infinity'.

7. शीर्ष से प्रारम्भ करके परवलीक कक्ष को पूरा करने में लगे समय के लिए सूत्र बताइए।

Give the formula for time of describing a given arc of parabolic orbit starting from vertex.

8. एक कण समान वेग से किसी वृत्त पर गति करता है इसका त्वरण ज्ञात कीजिए।

Find the acceleration of a particle describes a circle with uniform speed.

9. प्रतिरोध माध्यम से आप क्या समझते हैं ?

What do you mean by resisting medium ?

I/51—22

10. नियता को समझाइये।

Explain Directrix.

खण्ड 'ब' (Section 'B')

लघु उत्तरीय प्रश्न

3×5=15

(Short Answer Type Questions)

नोट—सभी पाँच प्रश्न अनिवार्य हैं।

Note : All the **five** questions are compulsory.

1. चार बल किसी चतुष्कोण की चारों भुजाओं पर इस प्रकार कार्य कर रहे हैं कि बल भुजाओं की लम्बाइयों के a, b, c और d गुना हैं तो साम्यावस्था की शर्त ज्ञात कीजिए।

Four forces act along four sides of quadrilateral, equal respectively to a, b, c and d times the lengths of sides. Find the condition for their equilibrium.

अथवा / Or

एक भारी एक समान छड़, एक छोर पर चिकनी ऊर्ध्वाधर दीवार से और किसी बिन्दु पर एक खूंट पर टिकी हुई है। क्या यह संतुलित होगी समझाइये।

A heavy uniform rod rests with one end against a smooth vertical wall and with a point in its length resting on a smooth peg. Explain its equilibrium.

2. दो बराबर बल R एक घन के विकर्ण पर कार्य कर रहे हैं जिसका केन्द्र स्थिर और भुजाएँ $2l$ लम्बाई की हैं, ये विकर्ण आपस में नहीं मिलते। सिद्ध कीजिए कि बनने वाले युग्म का आवेग जो घन को स्थिर रख सके $Rl\sqrt{3}$ या Rl होगा, जो कि बलों की दिशा पर निर्भर करेगा—

Two equal forces R act along diagonals of adjacent faces, which do not meet, of a cube, whose centre is fixed and edge is $2l$. Show that the moment of the couple which keep the cube at rest is $Rl\sqrt{3}$ or Rl , according to the direction of forces.

अथवा / Or

दिखाइए कि तीन बल जो रेखाओं $x = 0, y - z = a, y = 0, x - z = -a, z = 0, x - y = a$ के अनुदिश कार्यरत हैं को एक युग्म के रूप में एकत्र नहीं किया जा सकता।

Show that three forces act along $x = 0, y - z = a, y = 0, x - z = -a, z = 0, x - y = a$, cannot reduce to a couple.

3. दिखाइए कि एक सरल रेखा में गति करते हुए कण का किसी समय t पर विस्थापन $x = l \cos nt + m \sin nt$ हो तो वह सरल आवर्त गति करेगा, जिसका आयाम $\sqrt{l^2 + m^2}$ तथा आवर्तकाल $\frac{2\pi}{n}$ होगा।

Show that the displacement of a particle moving in a straight line is expressed by the equation $x = l \cos nt + m \sin nt$, describes a simple harmonic motion with amplitude $\sqrt{l^2 + m^2}$ and time period $\frac{2\pi}{n}$.

अथवा / Or

यदि किसी कण की त्रिज्यीय और अनुप्रस्थ गतियाँ हमेशा एक-दूसरे के समानुपाती हों तो कण के पथ का आकार क्या होगा ?

If radial and transverse velocities of a particle is always proportional to each other, then what will be the shape of its path ?

4. यदि v_1 और v_2 किसी ग्रह की वे गतियाँ हैं जब वह सूर्य से क्रमशः सबसे पास और सबसे दूर होता है तो सिद्ध कीजिए—

$$v_1 - v_2 = (v_1 + v_2)e$$

जहाँ e पथ की नियता है।

If v_1 and v_2 are the linear velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun prove that $v_1 - v_2 = (v_1 + v_2)e$ where e is eccentricity of the path.

अथवा / Or

यदि कोई कण वक्र $s = 4a \sin \psi$ के अनुदिश इस प्रकार गति करता है कि दिशा परिवर्तन की दर स्थिर है तो सिद्ध कीजिए कि त्वरण का मापांक भी स्थिर होगा।

If a particle moves along the curve $s = 4a \sin \psi$ such that the rate of change of direction is constant, then prove that the modulus of acceleration will also be constant.

5. एक कण एक चक्रज जिसका अक्ष ऊर्ध्वाधर तथा शीर्ष सबसे नीचे है पर फिसलता है। कण के द्वारा ऊर्ध्वाधर लम्बाई के पहले आधे औद दूसरे आधे के बीच लगने वाले समय के बीच संबंध ज्ञात कीजिए।

A particle slides down the arc of a smooth cycloid whose axis is vertical and vertex lowest. Find the relation between the time occupied in falling down the first half of the vertical height and the time of falling down the second half.

अथवा / Or

एक द्रव गोलीय बूंद स्वतन्त्र रूप से गिर रही है। वाष्प कण सघनता के कारण C की दर से परिमाण ग्रहण कर रहा है तो किसी समय t पर स्थिर से गिरने पर वेग ज्ञात कीजिए।

A spherical drop of liquid falling freely vapour acquires mass by condensation at a constant rate C . Find the velocity after falling from rest is any time t .

खण्ड 'स' (Section 'C')

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

5×5=25

(Long Answer Type Questions)

नोट—सभी पाँच प्रश्न अनिवार्य हैं।

Note : All the **five** questions are compulsory.

1. एक कण एक शंकु जिसका शीर्ष कोण 2α है के आंतरिक समतल पर गति करता है। एक बल शीर्ष की ओर कार्यरत है जो कि जनकों को β कोण से काटता है, कण की गति ज्ञात कीजिए।

A particle moves on the inner surface of a smooth cone of vertical angle 2α , being acted on by a force towards the vertex of the cone and its direction of motion always cuts the generator at a constant angle β , find the motion.

अथवा / Or

एक कण गुरुत्वाकर्षण के अधीन उस माध्यम में गति करता है, जिसका प्रतिरोध वेग के वर्ग के समानुपाती होता है, कण की गति ज्ञात कीजिए।

A particle is moving under gravity in a medium whose resistance varies as the square of the velocity, find the motion.

2. पाँच भार रहित बराबर लम्बाई की छड़ें $ABCD$ और विकर्ण BD बनाते हुए A से लटकी हैं। यदि C पर एक भार W जोड़ा जाता है तो सिद्ध कीजिए कि BD पर दबाव $\frac{W}{\sqrt{3}}$ होगा।

Five weightless rods of equal length are joined together so as to form a rhombus $ABCD$ with one diagonal BD . If a weight W is attached to point C and system is suspended from A , show that there is a thrust $\frac{W}{\sqrt{3}}$ in BD .

अथवा / Or

s लम्बाई और sw भार वाली भारी जंजीर के दोनों सिरे छोटी कड़ियों के द्वारा क्षैतिज तार पर सरकने के लिए स्वतंत्र हैं। यदि प्रत्येक कड़ी पर एक क्षैतिज बल $\frac{sw}{2}$ लगाया जाता है तो सिद्ध कीजिए कि दोनों कड़ियों के बीच की दूरी $s \log(1 + \sqrt{2})$ होगी।

The extremities of a heavy string of length s and weight sw are attached to two small rings which can slide on a fixed horizontal wire. If each of these rings is acted on by a horizontal force equal to $\frac{sw}{2}$ then show that the distance apart of the rings is $s \log(1 + \sqrt{2})$.

3. यदि किसी सरल आवर्त गति में किसी निश्चित बिन्दु जो कि बलकेन्द्र नहीं है से a, b, c दूरी पर गतियाँ u, v, w हों तो सिद्ध कीजिए कि आवर्तकाल T का मान उपरोक्त समीकरण द्वारा दिया जायेगा।

$$\frac{4\pi^2}{T^2}(b-c)(c-a)(a-b) = \begin{vmatrix} u^2 & v^2 & w^2 \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

If is a simple harmonic motion u, v, w are the velocities at distances a, b, c from a fixed point on the straight line which is not the centre of force, show that the period T is given by

$$\frac{4\pi^2}{T^2}(b-c)(c-a)(a-b) = \begin{vmatrix} u^2 & v^2 & w^2 \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

अथवा / Or

एक बिन्दु P दो प्रकार की गतियों, u एक निश्चित दिशा में और v, OP के लम्बवत् दिशा में, के अधीन गति कर रहा है। यदि O पथ का ध्रुव हो तो पथ का आकार और नियता बताइये।

A point P moving in a path passes two constant velocities, u is in a fixed direction and v is perpendicular to radius OP , where O is the pole of path, find the shape of path ? What is its eccentricity.

4. सूर्य के चारों ओर पृथ्वी के घूर्णन मार्ग की नियता $\frac{1}{60}$ है, दिखाइये कि जब पृथ्वी की सूर्य से दूरी बढ़ जाने पर अर्द्ध दीर्घ अक्ष की लम्बाई $\frac{1}{2}$ वर्ष में 2 दिन बढ़ जाती है।

The eccentricity of the Earth's orbit round the sun is $\frac{1}{60}$, show that the Earth's distance from the sun exceeds the length of the semi major axis of the orbit about 2 days more than half the year.

अथवा / Or

एक कण वक्र $y = a \log \sec \left(\frac{x}{a} \right)$ पर इस प्रकार गति करता है कि वक्र की स्पर्श रेखा एकसमान रूप से घूमती है। परिणामी त्वरण और वक्रता त्रिज्या के बीच संबंध ज्ञात कीजिए।

A particle P moves in a curve $y = a \log \sec \left(\frac{x}{a} \right)$ in such a way that the tangent to the curve rotates uniformly. Find the relation between resultant acceleration and radius of curvature.

5. एक कण उस माध्यम में गुरुत्वाकर्षण के अधीन गिरता है जिसका प्रतिरोध गति के समानुपाती है तो (गति, वेग और दूरी के बीच संबंध बताइये।

A particle falling under gravity in a medium whose resistance varies as velocity. Find the relation between velocity and distance.

अथवा / Or

एक मोती चिकने तार पर ऊर्ध्वाधर समतल में ऐसे माध्यम में गति कर रहा है जिसका प्रतिरोध वेग के वर्ग के समानुपाती है तो उस मोती की गति की व्याख्या कीजिए।

A bead moves on a smooth wire in a vertical plane under the resistance varies as square of the velocity. Discuss the motion of bead.

★ ★ ★ ★ ★ c ★ ★ ★ ★ ★