

**I-79/22**

Roll No.....

**Annual Examination, 2022**

**B.Sc. Part III**

**MATHEMATICS**

**Paper III**

(Discrete Mathematics)

Time : 3 Hours ]

[ MAXIMUM MARKS : 50

**नोट :** खण्ड 'अ' वस्तुनिष्ठ प्रकार का तथा अनिवार्य है। उन्हें उत्तर-पुस्तिका के प्रथम पृष्ठ पर लिखा जाये। खण्ड 'ब' लघु उत्तरीय प्रकार का और खण्ड 'स' दीर्घ उत्तरीय प्रकार का है।

**Note :** Section 'A' is Objective type and is compulsory. It should be written on the **first page** of Answer-book. Section 'B' is Short answer type and Section 'C' is Long answer type.

**खण्ड 'अ' (Section 'A')**

**बहुविकल्पीय प्रश्न**

**1×10=10**

**(Multiple Choice Questions)**

सही उत्तर चुनिए—

Choose the correct answer :

- (i) धनात्मक पूर्णांक संख्याओं की संख्या जो 500 से अधिक न हो तथा 7 या 11 से विभाजित हो—

(अ) 109 (ब) 110

(स) 111 (द) 112

P.T.O.

[ 2 ]

Number of positive integers not exceeding 500 are divisible by 7 or 11 are :

(a) 109 (b) 110

(c) 111 (d) 112

- (ii) अष्टभुज में विकर्णों की संख्या होगी—

(अ) 8 (ब) 18

(स) 28 (द) 20

The number of diagonals of a octagon is :

(a) 8 (b) 18

(c) 28 (d) 20

- (iii) दो पासों को उछालने पर अंकों का योग 7 होने की प्रायिकता होगी—

(अ)  $\frac{1}{6}$  (ब)  $\frac{1}{12}$

(स)  $\frac{1}{18}$  (द)  $\frac{1}{36}$

The probability of throwing a sum of 7 in a single throw wit two dice :

(a)  $\frac{1}{6}$  (b)  $\frac{1}{12}$

(c)  $\frac{1}{18}$  (d)  $\frac{1}{36}$

**I-79/22**

(iv) यदि  $a, b \in \mathbb{N}$  तथा  $aRb$  का अर्थ है कि

$$a^2 - 4ab + 3b^2 = 0 \text{ तब सम्बन्ध है—}$$

- (अ) स्वतुल्य (ब) सममित  
(स) संक्रामक (द) तुल्यता सम्बन्ध

If  $a, b \in \mathbb{N}$  and meaning of  $aRb$  is

$$a^2 - 4ab + 3b^2 = 0 \text{ then relation } R \text{ is :}$$

- (a) Reflexive (b) symmetric  
(c) transitive (d) equivalence relation

(v) 50 कारों को रंगने के लिए 7 रंग उपलब्ध हैं, कम से कम कितनी कारें एक ही रंग की होंगी—

- (अ) 7 (ब) 8  
(स) 9 (द) 10

Seven colours are used to paint 50 cars, number of at least cars will have the same colour :

- (a) 7 (b) 8  
(c) 9 (d) 10

(vi) यदि विविक्त संख्यात्मक फलन  $a_r$  दिया हो, जहाँ

$$a_r = \begin{cases} 1, & 0 \leq r \leq 10 \\ 2, & r \geq 11 \end{cases}$$

तो संख्यात्मक फलन  $b = S^{-5}a$  होगा—

- (अ)  $b_r = a_r, \forall r$   
(ब)  $b_r = a_{r+10}, r \geq 10$

$$(स) b_r = \begin{cases} 1, & 0 \leq r \leq 5 \\ 2, & r \geq 6 \end{cases}$$

(द) उपर्युक्त में से कोई नहीं

If discrete numeric function  $a_r$  is given by

$$a_r = \begin{cases} 1, & 0 \leq r \leq 10 \\ 2, & r \geq 11 \end{cases}$$

then numeric function  $b = S^{-5}a$  will be given by

$$(a) b_r = a_r, \forall r$$

$$(b) b_r = a_{r+10}, r \geq 10$$

$$(c) b_r = \begin{cases} 1, & 0 \leq r \leq 5 \\ 2, & r \geq 6 \end{cases}$$

(d) None of the above

(vii) यदि संख्यात्मक फलन  $a$  और  $b$  निम्न प्रकार परिभाषित हैं, तो सत्य कथन लिखिए—

$$a_r = r^2 + r, r \geq 0$$

$$b_r = r^2, r \geq 0$$

(अ) केवल  $a$  asymptotically dominates  $b$

(ब) केवल  $b$  asymptotically dominates  $a$

(स)  $a$  asymptotically dominates  $a$  और  $b$  भी asymptotically dominates  $a$

(द) उपर्युक्त में से कोई सत्य नहीं

If  $a$  and  $b$  are two numeric functions as below find correct answer :

$$a_r = r^2 + r, r \geq 0$$

$$b_r = r^2, r \geq 0$$

- (a)  $a$  asymptotically dominates  $b$
- (b)  $b$  asymptotically dominates  $a$
- (c)  $a$  asymptotically dominates  $a$  and  $b$  also asymptotically dominates  $a$
- (d) None of the above

(viii) गुणन के सापेक्ष समूह  $G = \{1, -1, i, -i\}$  में  $-1$  की कोटि होगी अर्थात्  $0(-1)$

- (अ) 1 (ब) 2
- (स) 3 (द) 4

In the multiplication  $G = \{1, -1, i, -i\}$  the order of  $-1$  is i.e.,  $0(-1)$

- (a) 1 (b) 2
- (c) 3 (d) 4

(ix) बूलीय बीजगणित  $(B, \vee, \wedge, ')$  में  $a \vee (a' \vee b) =$

- (अ)  $a \vee b$  (ब)  $a' \vee b$
- (स) 0 (द) 1

In a Boolean algebra  $(B, \vee, \wedge, ')$ ,  $a \vee (a' \vee b) =$

- (a)  $a \vee b$  (b)  $a' \vee b$
- (c) 0 (d) 1

खण्ड 'ब' (Section 'B')

लघु उत्तरीय प्रश्न

5×3=15

(Short Answer Type Questions)

नोट— सभी पाँच प्रश्न अनिवार्य हैं।

**Note :** All the **five** questions are compulsory.

1. गणितीय आगमन विधि से दर्शाओ कि

$$2^n > n^3, \forall n \geq 10$$

Show using mathematical induction that

$$2^n > n^3, \forall n \geq 10$$

अथवा / Or

दो पाँसों को उछालने पर अंकों का योग 11 होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जबकि पहले पाँसे पर अंक 5 आता है।

What is the chance of throwing a total 11 with two dices. If the digit 5 comes on the first dice.

2. तुल्यता सम्बन्ध को उदाहरण देकर समझाइए।

Explain equivalence relation with an example.

अथवा / Or

उदाहरण द्वारा Planar graph को समझाइए।

Explain the planar graph and given an example.

3. माना  $a$  कोई संख्यात्मक फलन निम्न प्रकार है—

$$a_r = \begin{cases} 0, & 0 \leq r \leq 2 \\ 2^{-r} + 5, & r \geq 3 \end{cases}$$

सिद्ध कीजिए कि  $S^{-1}(\nabla a) = \Delta a$

Let  $a$  be a numeric function such that

$$a_r = \begin{cases} 0, & 0 \leq r \leq 2 \\ 2^{-r} + 5, & r \geq 3 \end{cases}$$

Show that  $S^{-1}(\nabla a) = \Delta a$

अथवा / Or

माना  $a$  और  $b$  दो संख्यात्मक फलन निम्न प्रकार हैं—

$$a_r = r + 2, r \geq 0$$

$$\text{और } b_r = \frac{2}{r} + 7, r \geq 0$$

तब दर्शाइए कि  $b$  फलन  $a$  को डोमिनेट नहीं करता है।

Let  $a$  and  $b$  be two numeric functions such that

$$a_r = r + 2, r \geq 0$$

$$\text{and } b_r = \frac{2}{r} + 7, r \geq 0$$

Show that  $b$  does not deminate  $a$ .

4. अन्तर समीकरण को हल कीजिए

$$a_r - 7a_{r-1} + 10a_{r-2} = 0 \text{ दिया है, } a_0 = 0 \text{ और } a_1 = 3$$

Solve the following difference equation

$$a_r - 7a_{r-1} + 10a_{r-2} = 0 \text{ given that}$$

$$a_0 = 0 \text{ and } a_1 = 3.$$

अथवा / Or

निम्नांकित अन्तर समीकरण को हल करो—

$$6a_r - 7a_{r-1} - 20a_{r-2} = 3r^2 - 14r + 24.$$

Solve the following difference equation

$$6a_r - 7a_{r-1} - 20a_{r-2} = 3r^2 - 14r + 24.$$

5.  $(L, \leq)$  एक जालक है तथा  $a, b, c, d \in L$  एवं  $a \leq b$  और  $c \leq d$ , तब सिद्ध कीजिए

$$a \vee c \leq b \vee d$$

$$a \wedge c \leq b \wedge d.$$

For any  $a, b, c, d$  in a lattice  $(L, \leq)$  if  $a \leq b$  and  $c \leq d$  then

$$a \vee c \leq b \vee d$$

$$a \wedge c \leq b \wedge d.$$

अथवा / Or

निम्न फलन को वियोजनीय प्रसमान्य रूप में रूपान्तरित कीजिए—

$$F(x, y, z) = (x.y' + x.z') + x'$$

Change the following function to disjunctive normal form

$$F(x, y, z) = (x.y' + x.z') + x'$$

खण्ड 'स' (Section 'C')

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

5×5=25

**(Long Answer Type Questions)**

नोट— सभी पाँच प्रश्न अनिवार्य हैं।

**Note :** All the **five** questions are compulsory.

1. भाषा  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$  के लिए व्याकरण G की रचना कीजिए।

Construct a grammar G generating the language  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ .

अथवा / Or

व्याकरण G की रचना कीजिए, जो भाषा  $L = \{x \mid x \in \{a, b\}^*, x \text{ में } a \text{ की संख्या 3 का गुणक है}\}$

Construct a grammar G for the language  $L = \{x \mid x \in \{a, b\}^*, \text{ the number of } a\text{'s in } x \text{ is a multiple of 3}\}$ .

2. हैस डाइग्राम को समझाइए। माना  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}$  क्रमित सम्बन्ध  $a$  विभाजित करता है  $b$  को। A का हैस डाइग्राम बनाइए। क्या  $(A, 1)$  लैटिस है?  $a \mid b$  का अर्थ है  $a, b$  को विभाजित करता है।

अथवा / Or

पूर्ण ग्राफ और स्पानिंग ट्री की परिभाषा लिखिए। चार शीर्षों वाला एक पूर्ण ग्राफ बनाइए तथा उसकी सभी स्पानिंग ट्री को ज्ञात कीजिए।

Define complete graph and spanning tree. Draw the complete graph on four vertices and find all spanning trees within it.

3. माना  $G = \langle \{a, b\}, \{S, A\}, \{S, P\} \rangle$  जहाँ P उत्पाद का समुच्चय है जो निम्न प्रकार है—

$$S \rightarrow aA$$

$$A \rightarrow bA$$

$$A \rightarrow a$$

$$A \rightarrow bS$$

उस मशीन की अवस्था ग्राफ की रचना कीजिए, जो भाषा  $L(G)$  को स्वीकार करे।

Let  $G = \langle \{a, b\}, \{S, A\}, \{S, P\} \rangle$  where the set of productions P consists of

$$S \rightarrow aA$$

$$A \rightarrow bA$$

$$A \rightarrow a$$

$$A \rightarrow bS$$

Construct a state graph of a machine accepting  $L(G)$ .

4. अन्तर समीकरण को जनक फलन विधि से हल कीजिए—

$$a_{r+2} - a_{r+1} - 2a_r = 0$$

दिया है—  $a_0 = 1, a_1 = 2$

Solve by the method of generating function the following recurrence relation

$$a_{r+2} - a_{r+1} - 2a_r = 0$$

Give that :  $a_0 = 1, a_1 = 2$

5. दर्शाइए कि एक पूरक लैटिस जिसमें एक अवयव के दो पूरक मान हैं, वितरणीय लैटिस नहीं होगा।

Show that in a complemented lattice an element has two complements then it is not a distributive lattice.

अथवा / Or

निम्न बूलीय फलन को संयोजनीय प्रसमान्य रूप में बदलिए—

$$f(x, y, z) = x'yz + xy'z' + x'.y'.z + x'yz' + xy'z + x'y'z'$$

Change the following Boolean function into conjunctive normal form :

$$f(x, y, z) = x'yz + xy'z' + x'.y'.z + x'yz' + xy'z + x'y'z'$$

★ ★ ★ ★ ★ c ★ ★ ★ ★ ★